

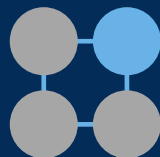
A photograph of a modern building's exterior featuring a complex metal framework. Several large, colorful bird sculptures are perched on the beams. The birds are in various colors: purple, red, yellow, and pink. The background shows a clear blue sky and a distant view of a town with red-roofed buildings and church spires.

Kernideen zu Hypothesentests entwickeln

Vortrag im Rahmen der Herbsttagung des
AK Stochastik 2024

Henrik Ossadnik, Jürgen Roth &
Joachim Engel

16.11.2024 IN VIA Akademie, Paderborn



Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

R
P

TU
Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau



Worum geht es heute?



■ Daten, Informationen, Statistiken und deren Botschaften in gesellschaftlichen Kontexten kritisch hinterfragen

(Ben-Zvi & Garfield 2004 , Franklin et al. 2005 ,Gal 2002)

■ Wissenschaftliche Forschungsprozesse

(Ben-Zvi & Garfield 2004 , Gal 2002)

ZIEL

■ Umgang mit Variabilität

(Garfield et al. 2008, Makar & Rubin 2009, AK Stochastik 2003, KMK 2012)

■ Statistische Inferenz

(Garfield et al. 2008, Watson 2006)

■ Stochastische Grundbildung

(Krüger et al. 2015)



PROBLEM

■ Beurteilende Statistik unzugänglich?

□ Kalkülorientierung

(McNamara 2015, Rolfes & Heinze 2022, Chance et al., 2004, Hauer-Typelt, 2010)

□ Weniger Interpretation & Begründung



EIN GRUND

■ Fehlende Anbindung an die Sekundarstufe I

(Hauer-Typelt 2022, Watson 2006)



POTENTIAL Vernetzung durch Kernideen



Hypothesentest

- **EIN** Verfahren der Inferenzstatistik
(Gomez-Blancarte & Tobias Lara 2023, Gigerenzer et al. 2004)
- **Empirische Wissenschaften**
(Burns-Childers et al. 2017, Gigerenzer et al. 2004)
- **gravierende Fehlvorstellungen**
(Haller & Krauss 2002, Burns-Childers et al. 2017, Krishnan & Noraini 2015, Sotos et al. 2007, Gigerenzer & Krauss 2001)
- **Kontroverse Diskussionen**
(Lane-Getaz 2017, Wasserstein et al. 2019, Amrhein et al. 2019, Gigerenzer & Krauss 2001)
- **Propädeutik**
(Weber 2020, AK Stochastik 2003)



Kernideen zu Hypothesentests vorstellungsbasiert entwickeln

1. Konzeption des Dissertationsvorhaben
2. Den Hypothesentest vorbereiten?
3. Kernideen zum Hypothesentest

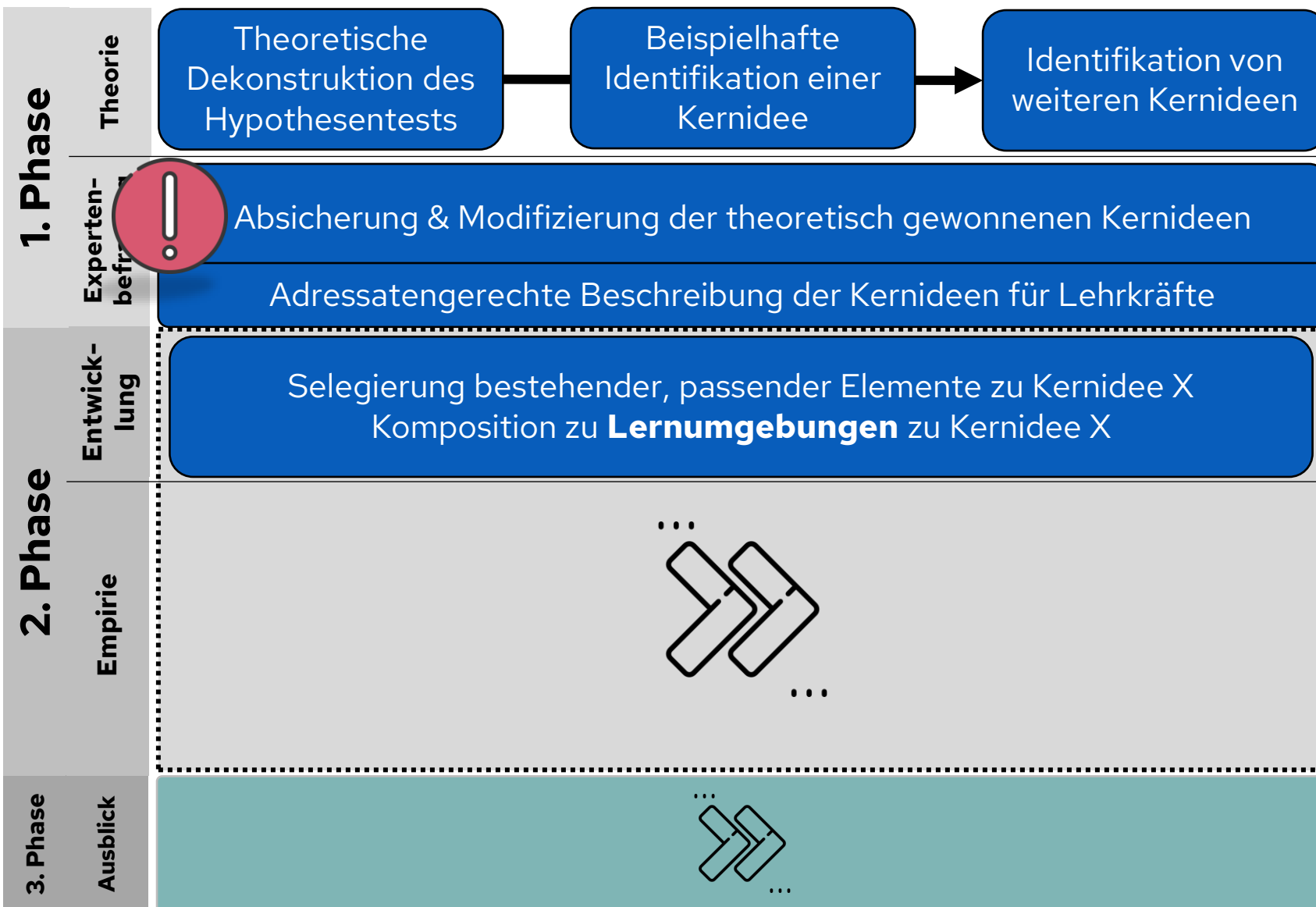
1

Konzeption des Dissertationsvorhaben



Konzeption des Dissertationsvorhabens

Ziel: Entwicklung eines *inhaltlichen Verständnisses zum Hypothesentest*
Beitrag zu *stochastischer Grundbildung*



Forschungsfrage 1
Welche Kernideen sind notwendig, um ein inhaltliches Verständnis des Hypothesentests zu erreichen?

Forschungsfrage 2
Trägt eine Orientierung an den Kernideen zum inhaltlichen Verständnis des Hypothesentests bei?

2

Den Hypothesentest vorbereiten?



Ziel der beurteilenden Statistik

Entwicklung Ideen statistischer
Inferenz

Hypothesentest?

Exemplarische Betrachtung des **Binomialtests**
„Bestandteil eines jeden Unterrichts über Hypothesentesten
[...][wobei] stichhaltige[...] Begründungen [zentral sind]“
(Diepgen 1985)



Perspektive 1

- **Vernetzungspotential** der oft isoliert wahrgenommenen **Themen der Sek I - Stochastik**
(Riemer 2018, Garfield & Ben-Zvi 2008, Watson 2006)

Beschreibende Statistik

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Beurteilende Statistik

Perspektivwechsel
notwendig

Statistische Inferenz
nicht nur das Ziel

Beginn: Mittelstufe

Spiralcurriculum

Umsetzung...?



Perspektive 2

- **Unklarheit** über die **Anbindung der Inhalte an die Sek I**
- **Komplexität:** Vorstellungen zu Konzepten vernetzen
(Hauer-Typelt 2010, Watson 2006,...)

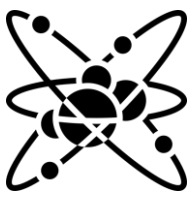
Verlust des
Gesamtverständnisses

Konzentration auf
Rechenprozesse

Kaum Deutungen und
Interpretationen

3

Kernideen



Funktionen von Kernideen

- **Verstehenselemente & Strukturierungshilfen** für den Unterricht
- **Anker** für den Wissensaufbau
- **Vermittler** zwischen **fachlicher – und Vorstellungsebene**
- **Relevanz** des Themas
- **Planung von Lehr-Lern-Prozessen**





Vorgehen bei der Herleitung der Kernideen

Literatur- analyse

**Verschiedene
Literaturquellen zu
grundlegenden
statistischen Konzepten**

Welche statistischen
Konzepte werden als
Voraussetzung zum
Verständnis anderer
genannt?

Rückschau- perspektive

**Fachliche Ebene & Blick
informelles
Hypothesentesten**

Welche Konzepte werden
informell schon benötigt &
wie werden diese hier
adressiert?

Vorschau- perspektive

**Vorstellungsebene &
Fragen aus
Lernendenperspektive**

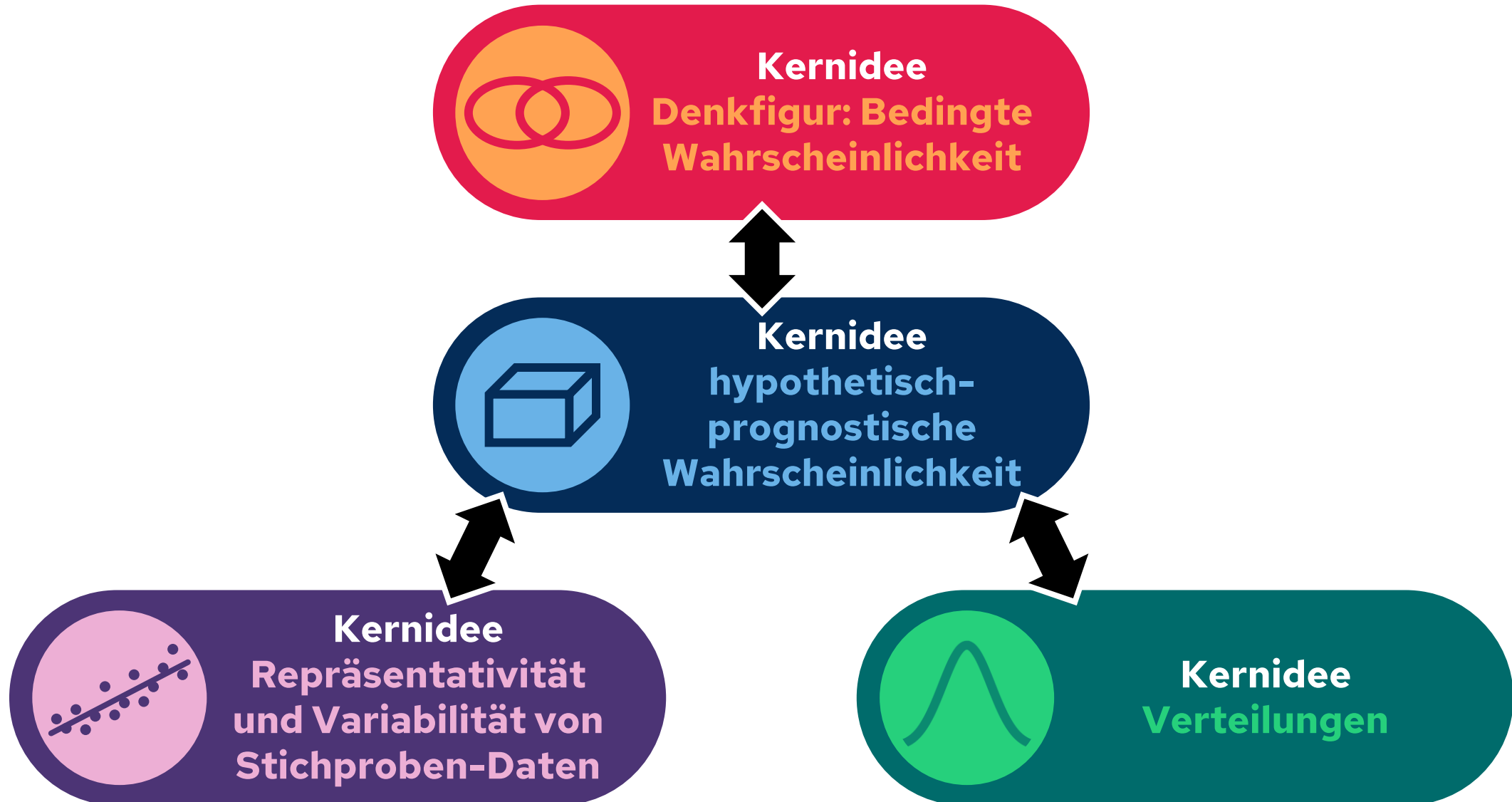
Wie lassen sich diese Fragen
aus fachlicher Sicht und im
Sinne einer
Rückschauperspektive
beantworten?

Abgleich und Aushandlung untereinander

Kondensation in Kernideen

Vorschläge für Kernideen







Der hypothetisch-prognostische Wahrscheinlichkeitsbegriff ...

- ... ist **tragfähig** für inferenzstatistisches **Denken**

(Hauer-Typpelt 2022, Burril & Biehler 2011)

- ... hebt den **Modellcharakter** von Wahrscheinlichkeiten hervor.

(Riemer 2019, 2023, Körner & Riemer 2019)

- ... beinhaltet **zwei Perspektiven**.

(Riemer 2019, 2023, Körner & Riemer 2019)

- ... stellt eine **Verbindung** zwischen **Wahrscheinlichkeiten** und **relativen Häufigkeiten** her

(Hauer-Typpelt 2022, Riemer 2023, Körner & Riemer 2019)

- ... **verknüpft** den **subjektiven**, den **laplace'schen** und den **frequentistischen** Wahrscheinlichkeitsbegriff miteinander.

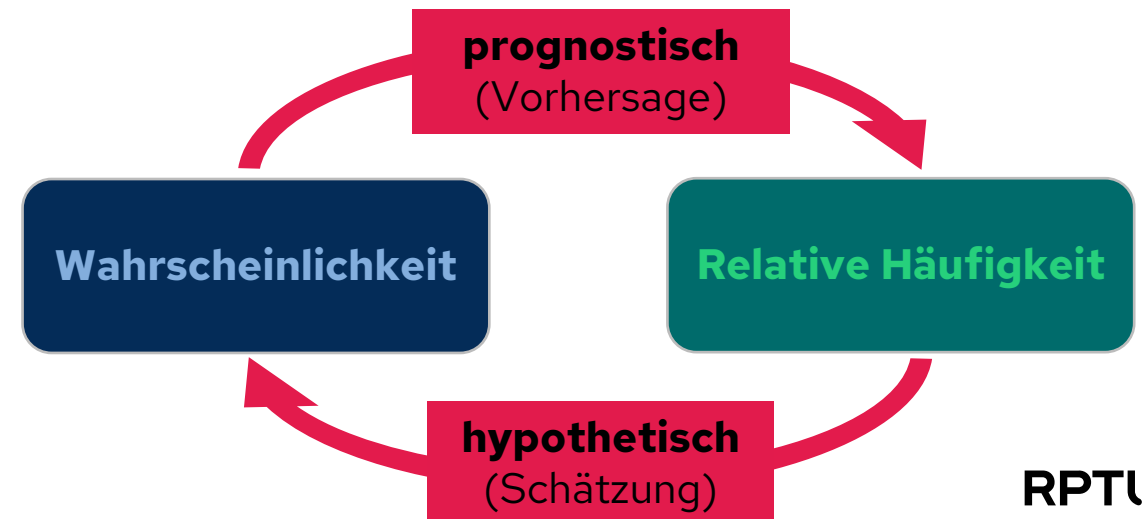
(Hauer-Typpelt 2010, Riemer 2023, Körner & Riemer 2019)

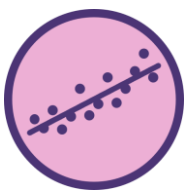
prognostisch

„Wahrscheinlichkeiten werden als mathematische Modelle aufgefasst, die vorhersagen, um welchen Wert relative Häufigkeiten bei mehrfacher Versuchswiederholung in der Realität zufallsabhängig schwanken werden.“

hypothetisch

„Diese Prognosen sollten angezweifelt und modifiziert werden, wenn sie die Realität bei mehrfacher Versuchswiederholung nicht gut abbilden.“





Kernidee Repräsentativität und Variabilität von Stichproben-Daten

Zusammenhang Hypothesentest

Beobachtetes Ergebnis
(z.B. Stichprobe)

hypothetische Verteilung
aller möglichen Ergebnisse

Zufallsstichprobe

**Schlüsselfaktor
inferenzstatistischen
Arbeitens**

(Ben-Zvi et al. 2015, Moore & McCabe 2003, Watson 2004, Bakker & Gravemeijer 2004)

**Fundament formal
inferenzstatistischen
Denkens**

(Ben-Zvi et al. 2015, Garfield et al. 2015)

Repräsentativität

Generalisierbarkeit

Potenzielle Fehlvorstellung:
„Stichprobe sagt alles aus“

Mittelweg

**Hierarchischen Bild einer
Stichprobe** entwickeln

(Saldanha & Thompson 2002, 2014, Lehrer 2017, Ben-Zvi et al. 2015)

Anbahnung des **Gesetzes
der großen Zahlen**

(Bakker 2004)

Variabilität

Omnipräsenz

Potenzielle Fehlvorstellung:
„Stichprobe sagt nichts aus“



Kernidee Verteilungen

Omnipräsenz von Variabilität

(Reading & Shaughnessy 2004)

Statistik

„Studium von Prozessen mit erkennbaren Mustern
inmitten von Variabilität“

(Garfield et al. 2008, Engel & Sedlmeier 2004, Konold & Pollatsek 2002)

Leitidee für die Datenanalyse Daten = Muster + Variabilität

(Eichler & Vogel 2013)

Wie lässt sich die
beobachtete Streuung
messen?

Wie lässt sich die
empirische Variabilität
erklären?

Empirische
Verteilungen

Theoretische
Verteilungen

Unterschiede und Zusammenhänge herausstellen

Zusammenhang Hypothesentest

Beobachtetes Ergebnis
(z.B. Stichprobe)

hypothetische
Verteilung aller
möglichen Ergebnisse

Systematisierung von Variabilität in
Verteilungen

(Bakker 2004, Bakker & Gravemeijer 2004)

Gemeinsame Betrachtung von zentralen
Tendenzen mit der Streuung

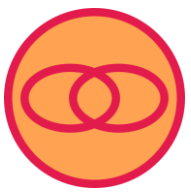
(Watson 2006, Konold & Pollatsek 2002)

Weitere Systematisierung des Gesetzes
der großen Zahlen

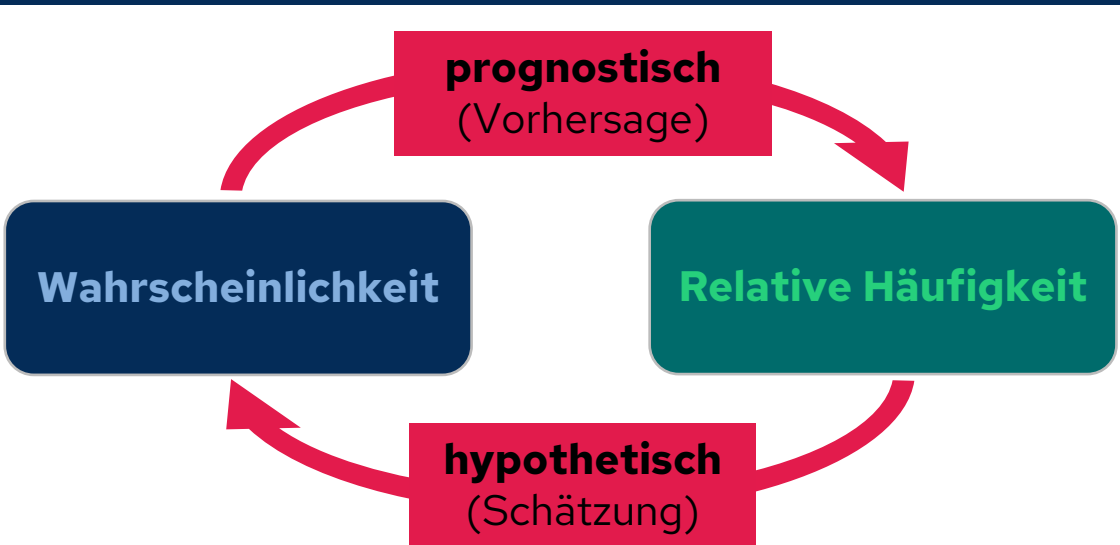
(Biehler 2007, Bakker & Gravemeijer 2004, Bakker 2004)

Entwicklung einer globalen Sichtweise auf
Daten im Sinne eines Aggregats

(Konold et al. 2015, Biehler 2007, Bakker 2004)



Hypothetisch-Prognostischer W'keitsbegriff



Weitere Systematisierung erforderlich zur Angabe des

p-Wertes

von Fehlerwahrscheinlichkeiten

Keine „klassischen“ bedingten Wahrscheinlichkeiten
Nullhypothese aber nur eine „Annahme über das vorliegende Modell“

Grundstruktur des Hypothesentestens
wird bereits im Diagramm erkennbar
Neue Informationen aus der Realität
initiieren Anpassungen

Entwicklung einer **konditionalen Denkfigur**
im Sinne von „**Wenn ...**, dann ...“ - Aussagen

Abschwächung der Denkfigur **unter der Bedingung, dass** zu einem **unter der Annahme, dass...**


Expertenbefragung?







Ziel

Kernideen absichern, Konsens generieren & gegebenenfalls notwendige Modifikationen an den Kernideen vorzunehmen

Aufbau des Befragung

 **Input in Form eines Videos**
Begriff der Kernidee wird abgesteckt

 **Zu jeder Kernidee** **Konfirmatorisch**
 Kurzer Input in Videoform, Möglichkeit diese kritisch zu kommentieren & jeweils dazu Stellung zu nehmen

 **Offene Nachfrage** **Explorativ**
 Fehlen noch Kernideen aus Ihrer Sicht?
Wollen Sie noch etwas ergänzen?

 **Abschluss**

Umsetzung

**Online Fragebogen
mit Freitextfragen!**

**Konferenz über die ausgefüllte Befragung
mit interessierten Personen**

**verschiedene
Befragungsgruppen**

Fachdidaktiker:innen

Fachstatistiker:innen

Lehrkräfte (bzw. Bindeglieder)

Link zur Befragung



[https://henrik-ossadnik.de/
expertenbefragung/](https://henrik-ossadnik.de/expertenbefragung/)

Konzeption des Dissertationsvorhabens

Ziel: Entwicklung eines inhaltlichen Verständnisraums zum Hypothesentest Beitrag zu stochastischer Grundbildung

1. Phase	<p>Theoretische Dekonstruktion des Hypothesentests</p> <p>Abzeichnung & Modifizierung der theoretisch gewonnenen Kernideen</p> <p>Adressatengerechte Beschreibung der Kernideen für Lehrkräfte</p>	<p>Forschungsfrage 1</p> <p>Welche Kernideen sind notwendig, um ein inhaltliches Verständnis des Hypothesentests zu erreichen?</p>
2. Phase	<p>Selektion bestehender, passender Elemente zu Kernidee X</p> <p>Komposition zu Lernumgebungen zu Kernidee X</p>	<p>Forschungsfrage 2</p> <p>Trägt eine Orientierung an den Kernideen zum inhaltlichen Verständnis des Hypothesentests bei?</p>
3. Phase	<p>Analysen</p>	

Beurteilende Statistik und der Hypothesentest am Ende der Oberstufe

Ziel der beurteilenden Statistik: Entwicklung Ideen statistischer Inferenz

Hypothesentest? Exemplarische Betrachtung des Binomialtests „Bestandteil eines jeden Unterrichts über Hypothesentests [...]wobei] stichhaltigen Begründungen [zentral sind]“ (Döring 1993)

<p>Perspektive 1</p> <p>Vernetzungspotential der oft isoliert wahrgenommener Themen der (Mittelstufen-) Stochastik</p> <p>Beschreibende Statistik</p> <p>Wahrscheinlichkeitsrechnung</p> <p>Beurteilende Statistik</p>	<p>Perspektive 2</p> <p>Unklarheit über die Anbindung der Inhalte an die Sek I</p> <p>Probleme bei der Vernetzung von Vorstellungen zu verschiedenen Konzepten</p> <p>Perspektive 2 dominiert aktuell</p>
---	--

Kernideen zum Hypothesentest

Ausblick

- Kernideen validieren durch Expertenumfragen
- Lernumgebung

Diskussion zu den Kernideen

- Sind diese passend?
- Fehlen welche?
- Andere Zusammensetzungen?

Link zur Befragung



<https://henrik-ossadnik.de/expertenbefragung/>



Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

Henrik Ossadnik

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

h.ossadnik@rptu.de

henrik-ossadnik.de














RPTU



Icons und Bildquellen 1

Icons von Flaticon <https://www.flaticon.com/de/>

	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/ziel von Freepik
	https://www.flaticon.com/free-icons/question von Andy Horvath
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/problem von Good Ware
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/grund von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/vision von alkhalifi design
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/quelle von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/dauerhaft von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/auge von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/analysieren von Eucalyp
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/wichtig von juicy_fish
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/video von Freepik

	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/datenbank von iconixar
	https://www.flaticon.com/de/free-icons/enlightenment von Mihimihi
	https://www.flaticon.com/de/free-icons/enlightenment von Mihimihi
	https://www.flaticon.com/free-icons/end von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/zucker von Freepik
	https://www.flaticon.com/free-icons/interview von Freepik
	https://www.flaticon.com/free-icons/prozess von juicy_fish
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/status-quo von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/geographisches-positionierungs-system von Smashicons
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/diskussion von kerismaker
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/online-befragung



Icons und Bildquellen 2

Icons von Flaticon <https://www.flaticon.com/de/>

	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/pfeil von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/atom von Eucalyp
	https://www.flaticon.com/free-icons/work-in-progress von Freepik
	



Literaturquellen



https://henrik-ossadnik.de/wp-content/uploads/vortraege/2024/akstochastik/Literatur_Ossadnik_AKStochastik_2024.pdf