

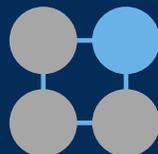


# Kernideen zu Hypothesentests entwickeln

Vortrag im Rahmen der Herbsttagung des  
AK Stochastik 2024

**Henrik Ossadnik**, Jürgen Roth &  
Joachim Engel

16.11.2024 IN VIA Akademie, Paderborn



Didaktik der  
Mathematik  
Sekundarstufen

R  
P

TU

Rheinland-Pfälzische  
Technische Universität  
Kaiserslautern  
Landau



# Worum geht es heute?



- **Daten, Informationen, Statistiken** und deren **Botschaften** in gesellschaftlichen Kontexten **kritisch hinterfragen**

(Ben-Zvi & Garfield 2004 , Franklin et al. 2005 , Gal 2002)

- **Wissenschaftliche Forschungsprozesse**

(Ben-Zvi & Garfield 2004 , Gal 2002)

## ZIEL

- **Umgang mit Variabilität**

(Garfield et al. 2008, Makar & Rubin 2009, AK Stochastik 2003, KMK 2012)

- **Statistische Inferenz**

(Garfield et al. 2008, Watson 2006)

- **Stochastische Grundbildung**

(Krüger et al. 2015)



## PROBLEM

- **Beurteilende Statistik unzugänglich?**

- Kalkülorientierung

(Rolfes & Heinze 2022, Chance et al., 2004, Hauer-Typelt, 2010)

- Weniger Interpretation & Begründung



## EIN GRUND

- **Fehlende Anbindung** an die **Sekundarstufe I**

(Hauer-Typelt 2022, Watson 2006)



**POTENTIAL** Vernetzung durch Kernideen



## Hypothesentest

- **EIN** Verfahren der Inferenzstatistik  
(Gomez-Blancarte & Tobias Lara 2023, Gigerenzer et al. 2004)
- **Empirische Wissenschaften**  
(Burns-Childers et al. 2017, Gigerenzer et al. 2004)
- **gravierende Fehlvorstellungen**  
(Haller & Krauss 2002, Burns-Childers et al. 2017, Krishnan & Noraini 2015, Sotos et al. 2007, Gigerenzer & Krauss 2001)
- **Kontroverse Diskussionen**  
(Lane-Getaz 2017, Wasserstein et al. 2019, Amrhein et al. 2019, Gigerenzer & Krauss 2001)
- **Propädeutik**  
(Weber 2020, AK Stochastik 2003)



## Kernideen zu Hypothesentests vorstellungsbasiert entwickeln

1. Konzeption des Dissertationsvorhaben
2. Den Hypothesentest vorbereiten?
3. Kernideen zum Hypothesentest

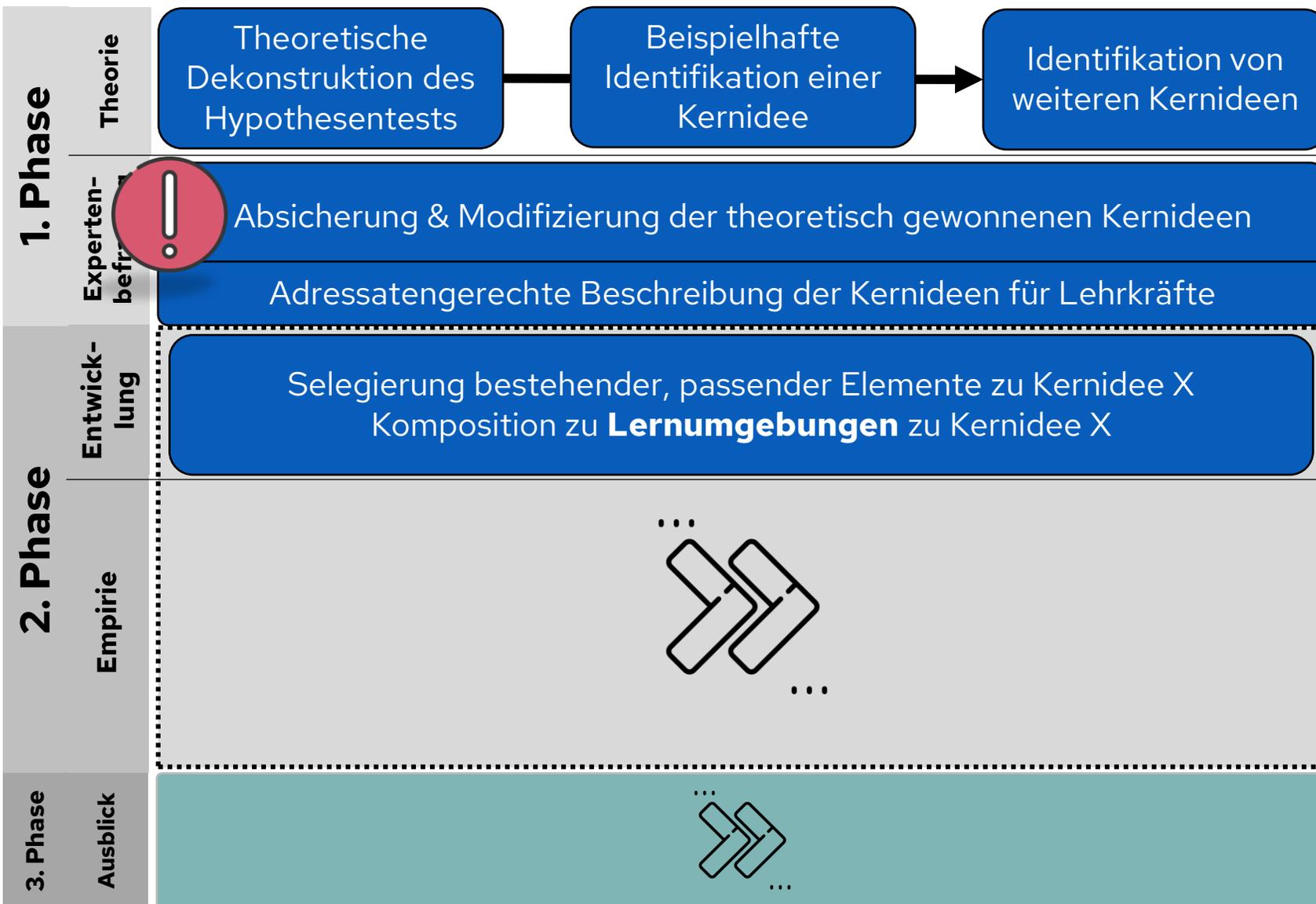
# 1

# Konzeption des Dissertationsvorhaben



# Konzeption des Dissertationsvorhabens

**Ziel:** Entwicklung eines *inhaltlichen Verständnisses* zum Hypothesentest  
Beitrag zu *stochastischer Grundbildung*



**Forschungsfrage 1**  
Welche Kernideen sind notwendig, um ein inhaltliches Verständnis des Hypothesentests zu erreichen?

**Forschungsfrage 2**  
Trägt eine Orientierung an den Kernideen zum inhaltlichen Verständnis des Hypothesentests bei?

# 2

## Den Hypothesentest vorbereiten?



## Ziel der beurteilenden Statistik

Entwicklung Ideen statistischer  
Inferenz

## Hypothesentest?

Exemplarische Betrachtung des **Binomialtests**  
„Bestandteil eines jeden Unterrichts über Hypothesentesten  
[...][wobei] stichhaltige[...] Begründungen [zentral sind]“  
(Diepgen 1985)



## Perspektive 1

- **Vernetzungspotential** der oft isoliert wahrgenommenen **Themen der Sek I - Stochastik**  
(Riemer 2018, Garfield & Ben-Zvi 2008, Watson 2006)

Beschreibende Statistik

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Beurteilende Statistik

Perspektivwechsel  
notwendig

Statistische Inferenz  
nicht nur das Ziel

Beginn: Mittelstufe

Spiralcurriculum

Umsetzung...?



## Perspektive 2

- **Unklarheit** über die **Anbindung der Inhalte an die Sek I**
- **Komplexität:** Vorstellungen zu Konzepten vernetzen  
(Hauer-Typelt 2010, Watson 2006,...)

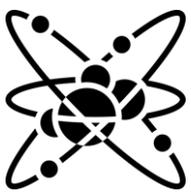
Verlust des  
Gesamtverständnisses

Konzentration auf  
Rechenprozesse

Kaum Deutungen und  
Interpretationen

3

**Kernideen**



## Funktionen von Kernideen

- **Verstehenselemente & Strukturierungshilfen** für den Unterricht
- **Anker** für den Wissensaufbau
- **Vermittler** zwischen **fachlicher – und Vorstellungsebene**
- **Relevanz** des Themas
- **Planung von Lehr-Lern-Prozessen**





# Vorgehen bei der Herleitung der Kernideen

## Literatur- analyse

**Verschiedene  
Literaturquellen zu  
grundlegenden  
statistischen Konzepten**

Welche statistischen  
Konzepte werden als  
Voraussetzung zum  
Verständnis anderer  
genannt?

## Rückschau- perspektive

**Fachliche Ebene & Blick  
informelles  
Hypothesentesten**

Welche Konzepte werden  
informell schon benötigt &  
wie werden diese hier  
adressiert?

## Vorschau- perspektive

**Vorstellungsebene &  
Fragen aus  
Lernendenperspektive**

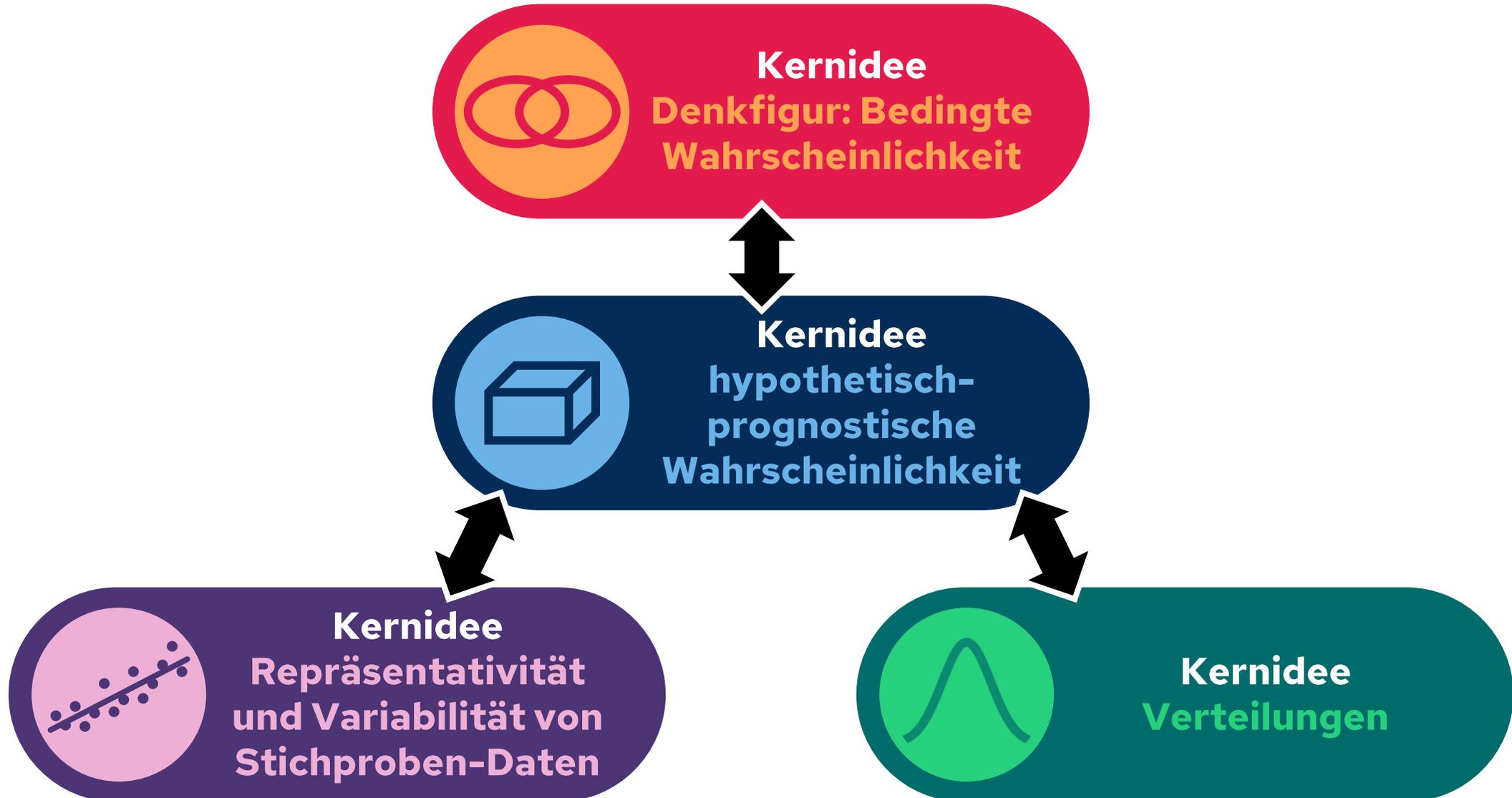
Wie lassen sich diese Fragen  
aus fachlicher Sicht und im  
Sinne einer  
Rückschauperspektive  
beantworten?

**Abgleich und Aushandlung untereinander**

**Kondensation in Kernideen**

# Vorschläge für Kernideen







## Der hypothetisch-prognostische Wahrscheinlichkeitsbegriff ...

- ... ist **tragfähig** für inferenzstatistisches **Denken**

(Hauer-Typpelt 2022, Burril & Biehler 2011)

- ... hebt den **Modellcharakter** von Wahrscheinlichkeiten hervor.

(Riemer 2019, 2023, Körner & Riemer 2019)

- ... beinhaltet **zwei Perspektiven**.

(Riemer 2019, 2023, Körner & Riemer 2019)

- ... stellt eine **Verbindung** zwischen **Wahrscheinlichkeiten** und **relativen Häufigkeiten** her

(Hauer-Typpelt 2022, Riemer 2023, Körner & Riemer 2019)

- ... **verknüpft** den **subjektiven**, den **laplace'schen** und den **frequentistischen** Wahrscheinlichkeitsbegriff miteinander.

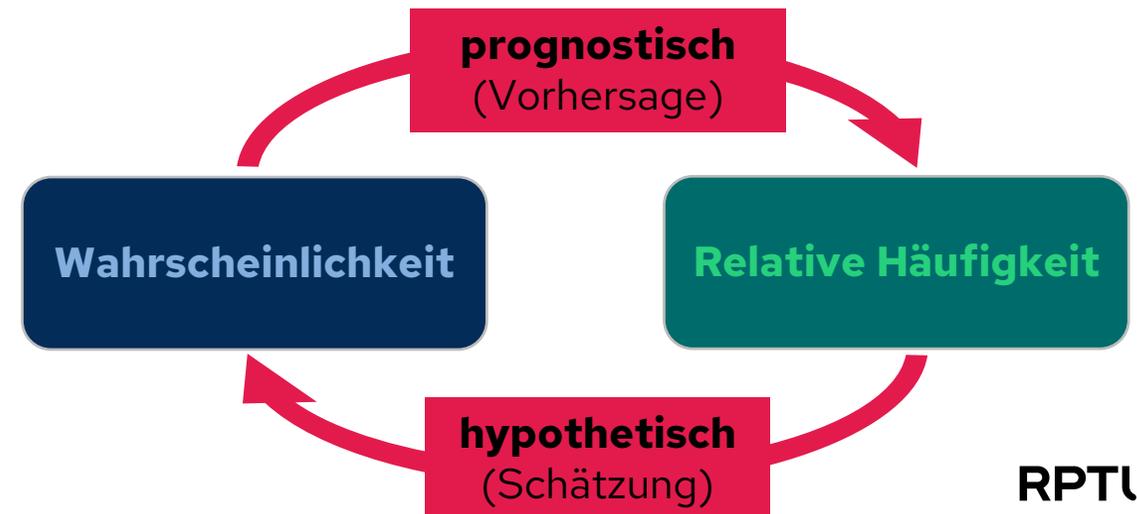
(Hauer-Typpelt 2010, Riemer 2023, Körner & Riemer 2019)

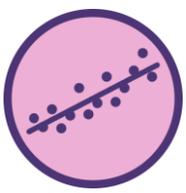
prognostisch

„Wahrscheinlichkeiten werden als mathematische Modelle aufgefasst, die vorhersagen, um welchen Wert relative Häufigkeiten bei mehrfacher Versuchswiederholung in der Realität zufallsabhängig schwanken werden.“

hypothetisch

„Diese Prognosen sollten angezweifelt und modifiziert werden, wenn sie die Realität bei mehrfacher Versuchswiederholung nicht gut abbilden.“





# Kernidee Repräsentativität und Variabilität von Stichproben-Daten

## Zusammenhang Hypothesentest

**Beobachtetes Ergebnis**  
(z.B. Stichprobe)

**hypothetische Verteilung**  
aller möglichen Ergebnisse

**Zufallsstichprobe**

**Schlüsselfaktor  
inferenzstatistischen  
Arbeitens**

(Ben-Zvi et al. 2015, Moore & McCabe 2003, Watson 2004, Bakker & Gravemeijer 2004)

**Fundament formal  
inferenzstatistischen  
Denkens**

(Ben-Zvi et al. 2015, Garfield et al. 2015)

**Repräsentativität**

**Generalisierbarkeit**

Potenzielle Fehlvorstellung:  
„Stichprobe sagt alles aus“

**Mittelweg**

**Hierarchischen Bild einer  
Stichprobe** entwickeln

(Saldanha & Thompson 2002, 2014, Lehrer 2017, Ben-Zvi et al. 2015)

Anbahnung des **Gesetzes  
der großen Zahlen**

(Bakker 2004)

**Variabilität**

**Omnipräsenz**

Potenzielle Fehlvorstellung:  
„Stichprobe sagt nichts aus“



# Kernidee Verteilungen

## Omnipräsenz von Variabilität

(Reading & Shaughnessy 2004)

## Statistik

„Studium von Prozessen mit erkennbaren Mustern  
inmitten von Variabilität“

(Garfield et al. 2008, Engel & Sedlmeier 2004, Konold & Pollatsek 2002)

## Leitidee für die Datenanalyse Daten = Muster + Variabilität

(Eichler & Vogel 2013)

Wie lässt sich die  
beobachtete Streuung  
messen?

Wie lässt sich die  
empirische Variabilität  
erklären?

Empirische  
Verteilungen

Theoretische  
Verteilungen

Unterschiede und Zusammenhänge herausstellen

## Zusammenhang Hypothesentest

Beobachtetes Ergebnis  
(z.B. Stichprobe)

hypothetische  
Verteilung aller  
möglichen Ergebnisse

Systematisierung von Variabilität in  
Verteilungen

(Bakker 2004, Bakker & Gravemeijer 2004)

Gemeinsame Betrachtung von zentralen  
Tendenzen mit der Streuung

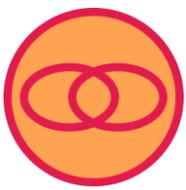
(Watson 2006, Konold & Pollatsek 2002)

Weitere Systematisierung des Gesetzes  
der großen Zahlen

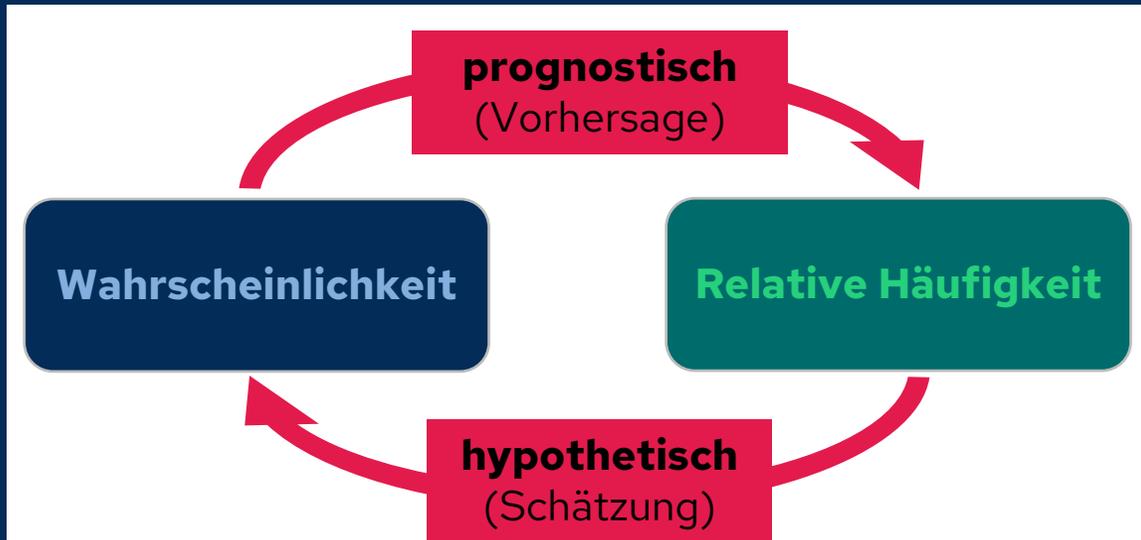
(Biehler 2007, Bakker & Gravemeijer 2004, Bakker 2004)

Entwicklung einer globalen Sichtweise auf  
Daten im Sinne eines Aggregats

(Konold et al. 2015, Biehler 2007, Bakker 2004)



## Hypothetisch-Prognostischer W'keitsbegriff



Weitere Systematisierung erforderlich zur Angabe des

p-Wertes

von Fehlerwahrscheinlichkeiten

Keine „klassischen“ bedingten Wahrscheinlichkeiten  
Nullhypothese aber nur eine „Annahme über das vorliegende Modell“

Grundstruktur des Hypothesentestens  
wird bereits im Diagramm erkennbar  
Neue Informationen aus der Realität  
initiieren Anpassungen

Entwicklung einer **konditionalen Denkfigur**  
im Sinne von „**Wenn ...**, dann ...“ - Aussagen

Abschwächung der Denkfigur **unter der Bedingung, dass** zu einem **unter der Annahme, dass...**

# Expertenbefragung?



Ziel

**Kernideen absichern, Konsens generieren & gegebenenfalls notwendige Modifikationen an den Kernideen vorzunehmen**

Aufbau des Befragung

 **Input in Form eines Videos**  
Begriff der Kernidee wird abgesteckt

 **Zu jeder Kernidee** **Konfirmatorisch**  
 Kurzer Input in Videoform, Möglichkeit diese kritisch zu kommentieren & jeweils dazu Stellung zu nehmen

 **Offene Nachfrage** **Explorativ**  
 Fehlen noch Kernideen aus Ihrer Sicht?  
Wollen Sie noch etwas ergänzen?

 **Abschluss**

## Umsetzung

**Online Fragebogen mit Freitextfragen!**

**Konferenz über die ausgefüllte Befragung mit interessierten Personen**

**verschiedene Befragungsgruppen**

**Fachdidaktiker:innen**

**Fachstatistiker:innen**

**Lehrkräfte (bzw. Bindeglieder)**

## Link zur Befragung



<https://henrik-ossadnik.de/expertenbefragung/>

### Konzeption des Dissertationsvorhabens

Ziel: Entwicklung eines inhaltlichen Verständnisraums zum Hypothesentest Beitrag zu stochastischer Grundbildung

1. Phase	<p><b>Theoretische Dekonstruktion des Hypothesentests</b></p> <p>Abzeichnung &amp; Modifizierung der theoretisch gewonnenen Kernideen</p> <p>Adressatengerechte Beschreibung der Kernideen für Lehrkräfte</p>	<p><b>Forschungsfrage 1</b></p> <p>Welche Kernideen sind notwendig, um ein inhaltliches Verständnis des Hypothesentests zu erreichen?</p>
2. Phase	<p><b>Selektion bestehender, passender Elemente zu Kernidee X</b></p> <p>Komposition zu <b>Lernumgebungen</b> zu Kernidee X</p>	<p><b>Forschungsfrage 2</b></p> <p>Trägt eine Orientierung an den Kernideen zum inhaltlichen Verständnis des Hypothesentests bei?</p>
3. Phase	<p><b>Analysieren</b></p>	

### Beurteilende Statistik und der Hypothesentest am Ende der Oberstufe

Ziel der beurteilenden Statistik: Entwicklung Ideen statistischer Inferenz

Hypothesentest? Exemplarische Betrachtung des Binomialtests „Bestandteil eines jeden Unterrichts über Hypothesentests [...]wobei] stichhaltigen Begründungen [zentral sind]“ (Döring 1993)

<p><b>Perspektive 1</b></p> <p>Vernetzungspotential der oft isoliert wahrgenommener Themen der (Mittelstufen-) Stochastik</p> <p>Beschreibende Statistik</p> <p>Wahrscheinlichkeitsrechnung</p> <p>Beurteilende Statistik</p>	<p><b>Perspektive 2</b></p> <p>Unklarheit über die Anbindung der Inhalte an die Sek I</p> <p>Probleme bei der Vernetzung von Vorstellungen zu verschiedenen Konzepten</p> <p>Perspektive 2 dominiert aktuell</p>
---	--

### Kernideen zum Hypothesentest

## Ausblick

- Kernideen validieren durch Expertenumfragen
- Lernumgebung

## Diskussion zu den Kernideen

- Sind diese passend?
- Fehlen welche?
- Andere Zusammensetzungen?

## Link zur Befragung



<https://henrik-ossadnik.de/expertenbefragung/>



---

# Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

---

**Henrik Ossadnik**

**RPTU**

Rheinland-Pfälzische Technische Universität  
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)  
Fortstraße 7, 76829 Landau

[h.ossadnik@rptu.de](mailto:h.ossadnik@rptu.de)

[henrik-ossadnik.de](http://henrik-ossadnik.de)



**RPTU**



# Icons und Bildquellen 1

## Icons von Flaticon <https://www.flaticon.com/de/>

	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/ziel">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/ziel</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/free-icons/question">https://www.flaticon.com/free-icons/question</a> von Andy Horvath
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/problem">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/problem</a> von Good Ware
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/grund">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/grund</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/vision">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/vision</a> von alkhalifi design
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/quelle">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/quelle</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/dauerhaft">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/dauerhaft</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/auge">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/auge</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/analysieren">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/analysieren</a> von Eucalyp
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/wichtig">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/wichtig</a> von juicy_fish
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/video">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/video</a> von Freepik

	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/datenbank">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/datenbank</a> von iconixar
	<a href="https://www.flaticon.com/de/free-icons/enlightenment">https://www.flaticon.com/de/free-icons/enlightenment</a> von Mihimihi
	<a href="https://www.flaticon.com/de/free-icons/enlightenment">https://www.flaticon.com/de/free-icons/enlightenment</a> von Mihimihi
	<a href="https://www.flaticon.com/free-icons/end">https://www.flaticon.com/free-icons/end</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/zucker">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/zucker</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/free-icons/interview">https://www.flaticon.com/free-icons/interview</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/free-icons/prozess">https://www.flaticon.com/free-icons/prozess</a> von juicy_fish
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/status-quo">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/status-quo</a> von Freepik
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/geographisches-positionierungs-system">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/geographisches-positionierungs-system</a> von Smashicons
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/diskussion">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/diskussion</a> von kerismaker
	<a href="https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/online-befragung">https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/online-befragung</a>





[https://henrik-ossadnik.de/wp-content/uploads/vortraege/2024/akstochastik/Literatur\\_Ossadnik\\_AKStochastik\\_2024.pdf](https://henrik-ossadnik.de/wp-content/uploads/vortraege/2024/akstochastik/Literatur_Ossadnik_AKStochastik_2024.pdf)