



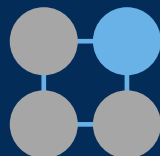
Kernideen zu Hypothesentests entwickeln und validieren

Vortrag im Rahmen der Jahrestagung der
GDM 2025

Henrik Ossadnik,

Jürgen Roth & Joachim Engel

04.03.2025 Universität des Saarlandes, Saarbrücken



Didaktik der
Mathematik
Sekundarstufen

R
P

TU
Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau



Worum geht es heute?



Quelle: Tagesspiegel

- **Daten, Informationen, Statistiken** und deren **Botschaften** in gesellschaftlichen Kontexten **kritisch hinterfragen**

(Ben-Zvi & Garfield 2004 , Franklin et al. 2005 , Gal 2002)

- **Wissenschaftliche Forschungsprozesse**

(Ben-Zvi & Garfield 2004 , Gal 2002)



**FOKUS
HEUTE**

- **Umgang mit Variabilität**

(Garfield et al. 2008, Makar & Rubin 2009, AK Stochastik 2003, KMK 2012)

- **Statistische Inferenz**

(Garfield et al. 2008, Watson 2006)

- **Stochastische Grundbildung**

(Krüger et al. 2015)



- **Beurteilende Statistik unzugänglich**



- **Fehlende Anbindung** an die **Sekundarstufe I**

(Hauer-Typpelt 2022, Watson 2006)



- **POTENTIAL** Vernetzung durch Kernideen

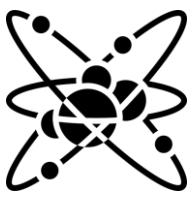
**Evaluation der Kernideen
für den Hypothesentest**



Forschungsfrage 1
Welche Kernideen sind notwendig, um ein inhaltliches Verständnis des Hypothesentests zu erreichen?

Forschungsfrage 2
Trägt eine Orientierung an den Kernideen zum inhaltlichen Verständnis des Hypothesentests bei?

Ausblick



Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation

Funktionen von Kernideen

- **Verstehens- & Strukturierungselemente** für den Unterricht
- **Anker** für den Wissensaufbau
- **Vermittler** zwischen **fachlicher – und Vorstellungsebene**
- **Relevanz** des Themas
- **Planung von Lehr-Lern-Prozessen**





Herleitung der Kernideen

Identifikation

Literaturanalyse

Verschiedene Literaturquellen zu grundlegenden statistischen Konzepten

Welche statistischen Konzepte werden als Voraussetzung zum Verständnis anderer genannt?

Expertenbefragung

Rückschauperspektive

Fachliche Ebene & Blick informelles Hypothesentesten

Welche Konzepte werden informell schon benötigt & wie werden diese hier adressiert?

Modifikation

Vorschauperspektive

Vorstellungsebene & Fragen aus Lernendenperspektive

Wie lassen sich diese Fragen aus fachlicher Sicht beantworten?

Abgleich und Aushandlung untereinander

Kondensation in Kernideen

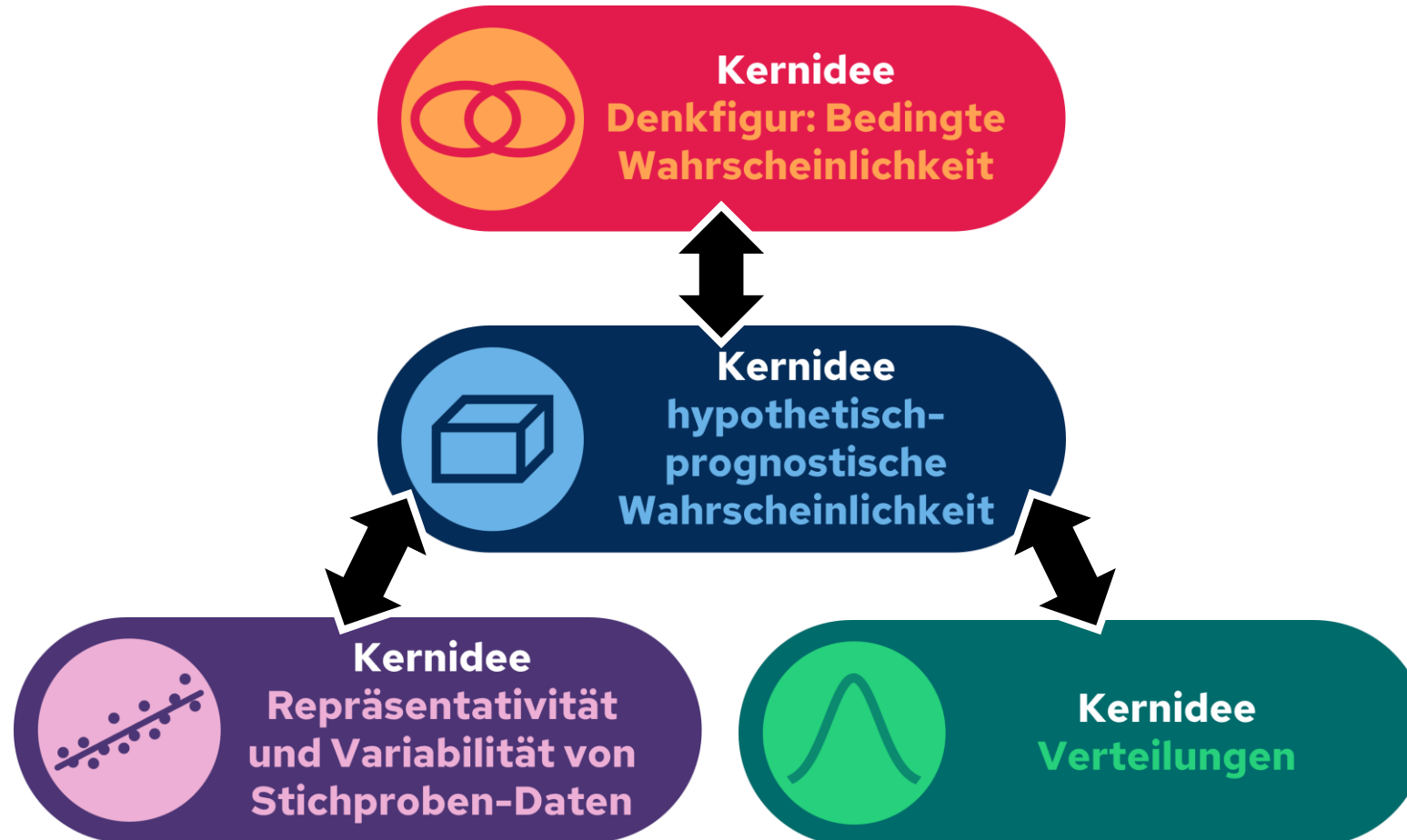
HERLEITUNG

Vorschläge für Kernideen zum Hypothesentest

Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation





Expertenbefragung

Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation

Ziel

Kernideen absichern, Konsens generieren & gegebenenfalls notwendige Modifikationen an den Kernideen vorzunehmen

Aufbau der Befragung



Input in Form eines Videos

Begriff der Kernidee wird abgesteckt



Zu jeder Kernidee

Konfirmatorisch

Kurzer Input in Videoform, Möglichkeit diese kritisch zu kommentieren & jeweils dazu Stellung zu nehmen



Offene Nachfrage

Explorativ

Fehlen noch Kernideen aus Ihrer Sicht?
Wollen Sie noch etwas ergänzen?



Abschluss

Umsetzung

Befragung als online Fragebogen mit offenen und geschlossenen Items

angeschlossenes Stimulated-Recall-Interview über die ausgefüllte Befragung

verschiedene Befragungsgruppen

Fachmathematiker:innen

Fachdidaktiker:innen

Bindeglieder

Lehrkräfte

1. Analyse

Kodierung der Fragebögen mittels MAXQDA





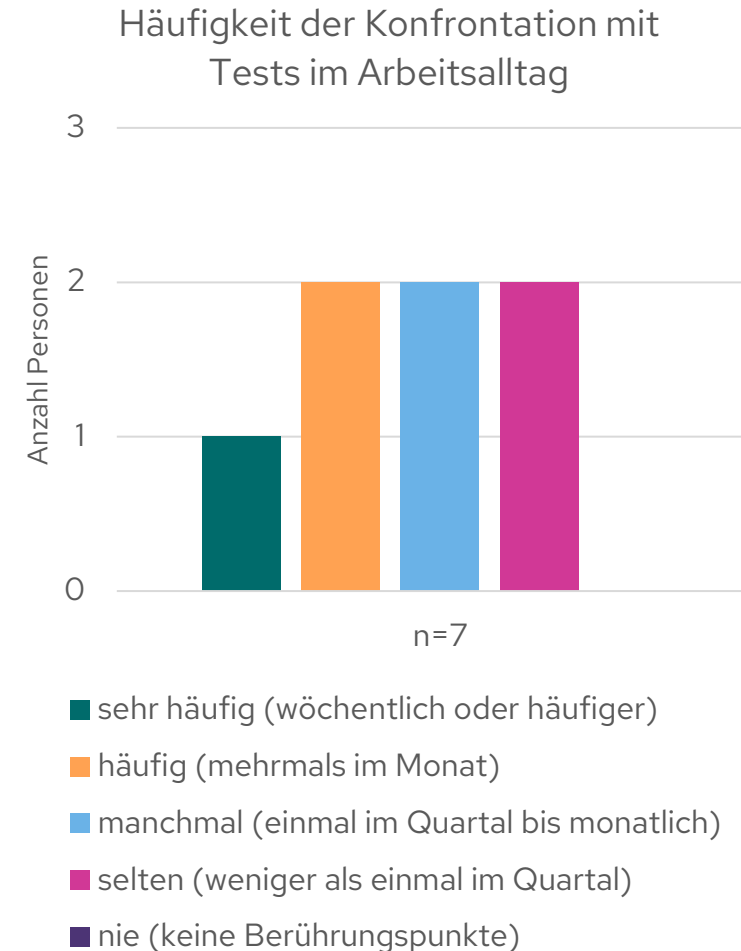
Stichprobe

Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation

- **Anzahl der befragten Expert:innen (n = 7)**
- *Nachfolgende Interviews (n=4)*
- **Durchführungszeitraum der Befragung:
Mitte Dezember 2024 – Mitte Januar 2025**
- **5 von 7** schätzten ihre eigenen Stochastik- und Statistikkenntnisse auf **Expertenniveau** ein



Vorläufige Ergebnisse der Expertenbefragung

Identifikation

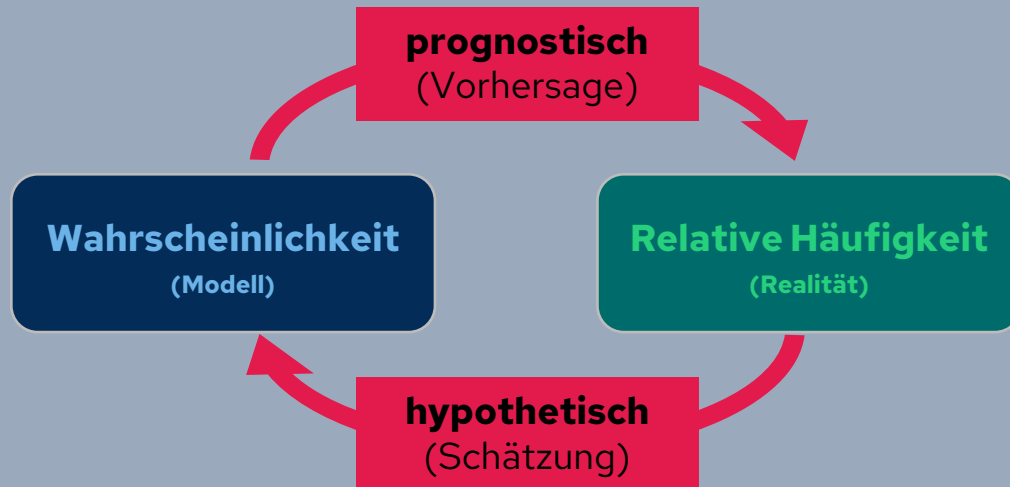
Expertenbefragung

Modifikation

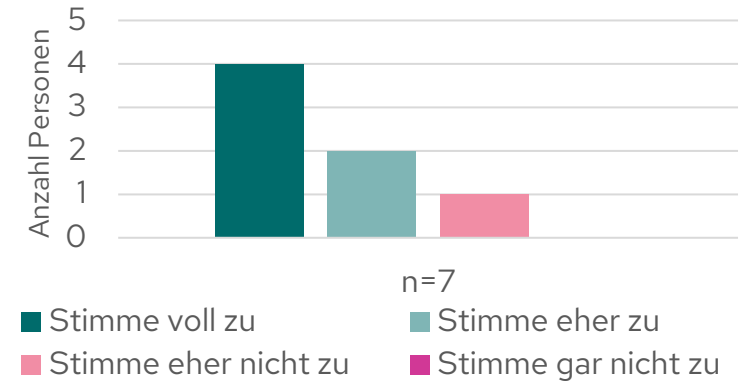
Kernidee
hypothetisch-
prognostische
Wahrscheinlichkeit



- **tragfähig für das inferenzstatistische Denken**
(Hauer-Typpelt 2022, Burril & Biehler 2011)
- **Wahrscheinlichkeit als Modell**
(Riemer 2019, 2023, Körner & Riemer 2019)
- **Verknüpfung verschiedener Wahrscheinlichkeitsbegriffe**
(Hauer-Typpelt 2010, Riemer 2023, Körner & Riemer 2019)



Inwieweit stimmen Sie der folgenden Aussage zu:
Die **Kernidee hypothetisch-prognostische Wahrscheinlichkeit** ist eine Kernidee zum Hypothesentest.



- ✓ **Wahrscheinlichkeit als Modelle** zu verstehen
- ✓ **Verbindung** von **Wahrscheinlichkeiten** und **relativen Häufigkeiten**
- ✗ **zentrale Gewichtung** (beim Hypothesentest)
- ✗ stark **schulische Perspektive**
- ✗ **Anwendbarkeit** auf **verschiedene Hypothesentests?**
- ✗ **Begrifflichkeiten im Titel:** hypothetisch-prognostisch

Vorläufige Ergebnisse der Expertenbefragung

Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation

Kernidee
Repräsentativität
und Variabilität von
Stichproben-Daten



- **Schlüssel:** Verständnis rund um Stichproben
(Ben-Zvi et al. 2015, Moore & McCabe 2003, Watson 2004, Bakker & Gravemeijer 2004, Garfield et al. 2015)
- **Hierarchisches Bild einer Stichprobe**
(Saldanha & Thompson 2002, 2014, Lehrer 2017, Ben-Zvi et al. 2015)
- Anbahnung des **Gesetzes der großen Zahlen**
(Bakker 2004)

Hypothesentest

Beobachtetes Ergebnis
(z.B. Stichprobe)

hypothetische Verteilung
aller möglichen Ergebnisse

Repräsentativität

Generalisierbarkeit

Potenzielle Fehlvorstellung:
„Stichprobe sagt alles aus“

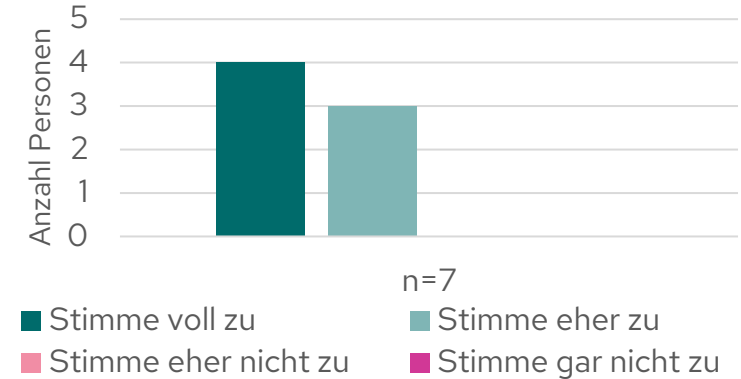
Mittelweg

Variabilität

Omnipräsenz

Potenzielle Fehlvorstellung:
„Stichprobe sagt nichts aus“

Inwieweit stimmen Sie der folgenden Aussage zu:
Die **Kernidee Repräsentativität und Variabilität von Stichproben-Daten** ist eine Kernidee zum Hypothesentest.



- ✓ Anerkennung von **Variabilität als zentral**
- ✓ (Zufalls-) **Stichproben** als **Voraussetzungen für inferenzstatistisches Arbeiten**
- ✗ **Kritischere Betrachtung** von **Repräsentativität**
- ✗ **Muster und Variabilität fundamentalere** Konzepte als Repräsentativität?
- ✗ Anpassungen der **didaktischen Reihenfolge**

KONZEPTION

Vorläufige Ergebnisse der Expertenbefragung

Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation

Kernidee
Verteilungen

- **Zentrale Rolle** beim **Hypothesentesten: Aushandlungsprozess**
- **Systematisierung von Variabilität**
(Bakker 2004, Bakker & Gravemeijer 2004)
- **Globale Sichtweise auf Daten**
(Konold et al. 2015, Biehler 2007, Bakker 2004)

Statistik

„Studium von Prozessen mit erkennbaren Mustern
inmitten von Variabilität“
(Garfield et al. 2008, Konold & Pollatsek 2002)

Leitidee für die Datenanalyse
Daten = Muster + Variabilität
(Eichler & Vogel 2013)

Wie lässt sich die
beobachtete Streuung
messen?

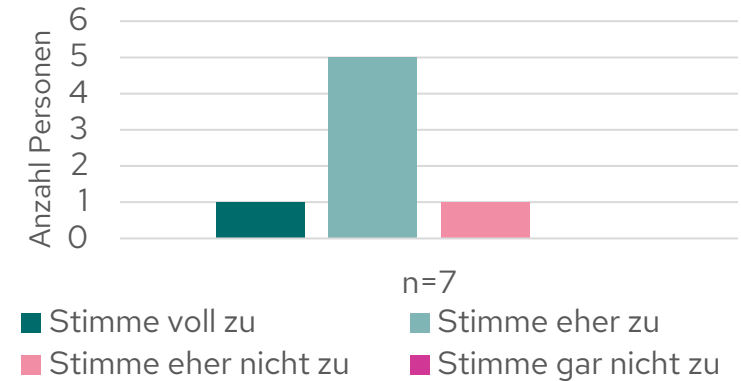
Empirische
Verteilungen

Wie lässt sich die
empirische Variabilität
erklären?

Theoretische
Verteilungen



Inwieweit stimmen Sie der
folgenden Aussage zu:
Die **Kernidee Verteilungen**
ist eine Kernidee zum
Hypothesentest.



- ✓ **Verteilungen sind zentral** für Hypothesentests
- ✓ „Herz des Hypothesentests“: Vergleich von **empirischer Häufigkeitsverteilung** und **theoretischer Verteilung**
- ✗ **Bezeichnung irreführend** und **unscharf**
- ✗ **Begriffsabgrenzung** zu **Muster und Variabilität**
- ✗ **Kernidee Verteilungen** stärker **ins Zentrum**
- ✗ **Zentraler Grenzwertsatz** als sinnvolle **Erweiterung?**

KONZEPTION

Vorläufige Ergebnisse der Expertenbefragung

Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation

Kernidee
Denkfigur: Bedingte
Wahrscheinlichkeit



- Entwicklung einer **konditionalen Denkfigur** im Sinne von „**Wenn ..., dann ...**“ – **Aussagen**
- Abschwächung durch **Denkfigur** von einem „**unter der Bedingung, dass ...**“ zu einem „**unter der Annahme, dass ...**“

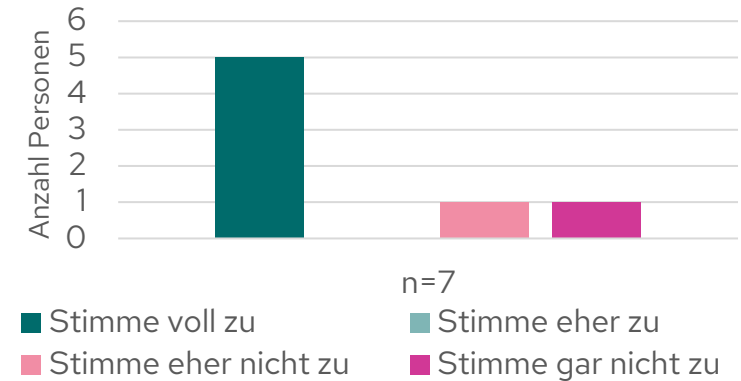
**Weitere Systematisierung erforderlich
zur Angabe des
p-Wertes**

von Fehlerwahrscheinlichkeiten

**Keine „klassischen“ bedingten
Wahrscheinlichkeiten**

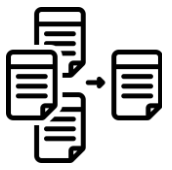
Nullhypothese aber nur eine „**Annahme über
das vorliegende Modell**“

Inwieweit stimmen Sie der
folgenden Aussage zu:
Die **Kernidee Denkfigur:
Bedingte
Wahrscheinlichkeit** ist eine
Kernidee zum Hypothesentest.



- ✓ Als Kernidee für den Hypothesentest **weitestgehend akzeptiert**
- ✓ Entspricht der **Logik hinter dem Test**

- ✗ Bedenken bezüglich der **Begrifflichkeiten**
- ✗ **Stärkere Klärung** der logischen **Struktur des Tests**
- ✗ Gesamte **Bayessche Perspektive** als **Ergänzung?**



Identifikation

Expertenbefragung

Modifikation



Kernidee
Denkfigur: Bedingte
Wahrscheinlichkeit



Kernidee
hypothetisch-
prognostische
Wahrscheinlichkeit



Kernidee
Repräsentativität
und Variabilität von
Stichproben-Daten



Kernidee
Verteilungen

Rückmeldungen sehr divers

Überarbeitung & Ergänzung der Konzeptionen

Titelalternativen und Präzisierungen

Hierarchien der Kernideen zueinander?

Verbindungen zu Muster und Variabilität

Verhältnis zum Modellierungskreislauf



Ausblick

- Expertenbefragung und Interviews finalisieren und auswerten
- Fehlvorstellung zur Überprüfung des Konzepts verwenden



<https://henrik-ossadnik.de/expertenbefragung/>

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit



Henrik Ossadnik

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

h.ossadnik@rptu.de



Website: <https://henrik-ossadnik.de/>



Kontakt: <https://henrik-ossadnik.de/kontakt/>





Icons und Bildquellen 1

Icons von Flaticon <https://www.flaticon.com/de/>

	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/auge von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/dauerhaft von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/ziel von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/problem von Good Ware
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/grund von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/performance von juicy_fish
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/lupe von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/fragebogen von Arkinasi
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/interview von Freepik
	https://www.flaticon.com/free-icons/gaming von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/anpassen von Freepik

	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/atom von Eucalyp
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/forschung von iconixar
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/online-befragung von Stockes Design
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/video von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/datenbank von iconixar
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/frage von Smashicons
	https://www.flaticon.com/free-icons/question von Andy Horvath
	https://www.flaticon.com/free-icons/end von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/wichtig von juicy_fish
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/stichprobe von GOWI
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/ja von juicy_fish



Icons und Bildquellen 2

Icons von Flaticon <https://www.flaticon.com/de/>

	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/kreuz von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/abkurzung von Three musketeers
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/diskussion von kerismaker
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/quelle von Freepik
	https://www.flaticon.com/de/kostenlose-icons/buch von dDara



Literaturquellen



https://henrik-ossadnik.de/wp-content/uploads/vortraege/2025/gdmtagung/literatur_ossadnik_gdmtagung_2025.pdf